

DOI: 10.7652/xjtuxb201308015

Lipschitz 非线性系统未知输入观测器设计

杨俊起^{1,2}, 张良¹, 朱芳来¹, 张登辉³

(1. 同济大学电子与信息工程学院, 201804, 上海; 2. 河南理工大学电气工程与自动化学院, 454000, 河南焦作;
3. 浙江树人大学信息科技学院, 310015, 杭州)

摘要: 针对观测器匹配条件不满足情况下的 Lipschitz 非线性系统状态估计和未知输入重构问题, 提出了一种未知输入观测器设计方法。首先, 通过构造辅助输出向量, 突破了观测器匹配条件的限制, 并设计高阶、高增益滑模微分器实现对辅助输出向量及其微分的精确估计; 之后, 在辅助输出及其微分精确估计的基础上, 设计具有滑模控制律和自适应调节律的自适应鲁棒滑模观测器, 并提出了一种未知输入重构方法。该观测器设计方法不需知道 Lipschitz 常数, 其大小可通过自适应调节律调节, 且信息重构具有避免直接使用系统输出微分的优点。仿真结果表明, 所设计的未知输入观测器不仅在观测器匹配条件不满足情况下可以实现对状态的渐进估计以及对未知输入重构之目的, 而且自适应调节律能够在约 5 s 时间内实现对 Lipschitz 常数的自适应调节。

关键词: 未知输入观测器; 未知输入重构; 滑模观测器

中图分类号: TN927 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2013)08-0087-06

Design of Observer with Unknown Input for Lipschitz Nonlinear Systems

YANG Junqi^{1,2}, ZHANG Liang¹, ZHU Fanglai¹, ZHANG Denghui³

(1. College of Electronic and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China;
2. College of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo, Henan 454000, China;
3. College of Information and Science, Zhejiang Shuren University, Hangzhou 310015, China)

Abstract: A scheme to design observer with unknown input and unknown input reconstruction for Lipschitz nonlinear systems is proposed when the observer matching condition is not satisfied. An auxiliary output vector is constructed to satisfy the observer matching condition, and a high-order sliding mode differentiator with high-gain is designed to exactly estimate the auxiliary output vector and its derivative. Then, an adaptive robust sliding mode observer which complies with a robust sliding mode control law and an adaptation law is developed based on the estimations of the auxiliary output vector and its derivative, and an unknown input reconstruction method is derived without using the derivative information of system's output vector. The Lipschitz constant does not need to be known and is adjusted using the adaptive law. The method of unknown input reconstruction avoids the direct use of the derivative information of system's output. Simulation results show that states and unknown inputs can be gradually estimated by the proposed unknown input observer when the observer matching condition is not satisfied, and that the Lipschitz constant can be adjusted within 5 seconds by the proposed adaptation law.

Keywords: unknown input observer; unknown input reconstruction; sliding mode observer

收稿日期: 2013-01-18。 作者简介: 杨俊起(1979—), 男, 博士生; 朱芳来(通信作者), 男, 教授, 博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61074009); 教育部高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20110072110013); 上海市重点学科资助项目(B004); 河南省教育厅科学技术研究重点资助项目(13B413035, 13B413028)。

网络出版时间: 2013-05-13

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20130513.1746.002.html>

对未知输入观测器(UIO)的研究,早期主要是针对线性系统,讨论如何避免未知干扰的影响,提出状态估计的方法^[1-2]。后来,基于高增益、高阶滑模和线性矩阵不等式等方法,提出了多种对状态和未知输入同时估计的未知输入观测器设计方法^[3-10],但多是在观测器设计匹配条件满足的情况下对未知输入观测器设计问题进行研究^[7-9]。Kalsi 等针对具有未知输入的线性系统,突破了观测器匹配条件的限制,通过设计高增益近似微分器和滑模观测器^[10]。然而,在非线形系统领域,还没有出现突破观测器匹配条件设计未知输入观测器的研究。

本文针对具有未知输入的 Lipschitz 非线性系统,在突破观测器匹配条件的情况下讨论了未知输入观测器设计方法。主要创新点体现在:通过引入辅助输出向量,突破匹配条件的限制,同时设计高阶、高增益滑模微分器对辅助输出及其微分精确估计,继而设计用以估计系统状态的自适应鲁棒滑模观测器,并且提出了一种未知输入代数重构方法。所提方法可以对 Lipschitz 常数进行自适应调节,而无需知道 Lipschitz 常数的大小。

1 匹配条件满足时的 UIO 设计

1.1 系统描述

考虑一类具有未知输入的非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Df(x) + E\eta \\ y = Cx \end{cases} \quad (1)$$

式中: $x \in \mathbf{R}^n$ 、 $y \in \mathbf{R}^p$ 和 $u \in \mathbf{R}^m$ 分别为系统的状态、可测输出和控制输入向量; $\eta \in \mathbf{R}^q$ 为系统的未知输入向量; $f(x) \in \mathbf{R}^k$ 为系统的 Lipschitz 非线性函数。

假设 1 非线性函数 $f(x)$ 满足 Lipschitz 条件,即存在一个整数 L_f ,使得下式对 $\forall x \in \mathbf{R}^n$ 成立

$$\|f(x) - f(\hat{x})\| \leq L_f \|x - \hat{x}\| \quad (2)$$

式中: L_f 为 Lipschitz 常数。

假设 2 未知输入范数有界,即存在正数 ρ_1 使得 $\|\eta\| \leq \rho_1$ 。

引入矩阵 $R = [D \ E]$,则式(1)可改写为

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + R\theta \\ y = Cx \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\theta = [f^T \ \eta^T]^T$ 为系统(3)的未知输入。

假设 3 系统 $\{A, C, R\}$ 是最小相位系统,即 $\{A, C, R\}$ 的所有不变零点均位于左半开复平面内。

引理 1^[11] 假设 3 和如下观测器匹配条件

$$\text{rank}(CR) = \text{rank}(R) \quad (4)$$

当且仅当给定正定对称矩阵 $Q \in \mathbf{R}^{n \times n}$,可以找到矩阵 $L \in \mathbf{R}^{n \times p}$ 、 $F_1 \in \mathbf{R}^{k \times p}$ 、 $F_2 \in \mathbf{R}^{q \times p}$ 和正定对称矩阵 $P \in \mathbf{R}^{n \times n}$,使得下式成立

$$\begin{cases} (A - LC)^T P + P(A - LC) = -Q \\ D^T P = F_1 C \\ E^T P = F_2 C \end{cases} \quad (5)$$

1.2 自适应未知输入观测器设计

定理 1 在假设 1~3 成立、观测器匹配条件式(4)满足且无输出通道干扰的情况下,自适应滑模观测器

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) + Df(\hat{x}) + \\ &\quad \frac{1}{2}\hat{k}DF_1(y - C\hat{x}) + \alpha_1 \end{aligned} \quad (6)$$

具有滑模控制律和自适应调节律,分别为

$$\alpha_1 = \begin{cases} \rho_1 \frac{EF_2(y - C\hat{x})}{\|F_2(y - C\hat{x})\|}, & y - C\hat{x} \neq 0 \\ 0, & y - C\hat{x} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

$$\hat{k}(t) = l_k \|F_1(y - C\hat{x})\|^2 \quad (8)$$

则由式(6)~式(8)所确定系统能够渐进估计原系统式(1)的真实状态,式中 l_k 为正常数。

证明 式(1)和式(6)之间的动态误差方程为

$$\dot{\bar{x}} = (A - LC)\bar{x} + D\tilde{f} + E\eta - \frac{1}{2}\hat{k}DF_1(y - C\hat{x}) - \alpha_1 \quad (9)$$

式中: $\bar{x} = x - \hat{x}$, $\tilde{f} = f(x) - f(\hat{x})$ 。

考虑 Lyapunov 函数 $V = \bar{x}^T P \bar{x} + (1/2)l_k^{-1}\hat{k}^2$,其中 $\hat{k}(t) = k - \hat{k}(t)$, $k = L_f^2/\epsilon$,则 V 沿着误差方程式(9)的微分为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\bar{x}^T Q \bar{x} + 2\bar{x}^T P D \tilde{f} + 2\bar{x}^T P E \eta - \\ &\quad \bar{x}^T P D F_1 \hat{k}(y - C\hat{x}) - 2\bar{x}^T P \alpha_1 + l_k^{-1}\hat{k} \dot{\hat{k}} \end{aligned} \quad (10)$$

基于式(7)和式(8),且 $D^T P = F_1 C$ 和 $E^T P = F_2 C$,可得

$$\bar{x}^T P D F_1 \hat{k}(y - C\hat{x}) = \hat{k} \bar{x}^T C^T F_1^T F_1 C \bar{x} = \hat{k} \|F_1 C \bar{x}\|^2 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} 2\bar{x}^T P D \tilde{f} &\leq 2\|D^T P \bar{x}\| \|\tilde{f}\| \leq 2L_f \|D^T P \bar{x}\| \|\bar{x}\| \leq \\ &\quad \frac{L_f^2}{\epsilon} \|F_1 C \bar{x}\|^2 + \epsilon \|\bar{x}\|^2 = k \|F_1 C \bar{x}\|^2 + \epsilon \|\bar{x}\|^2 \end{aligned} \quad (12)$$

$$2\bar{x}^T P E \eta \leq 2\rho_1 \|E^T P \bar{x}\| = 2\rho_1 \|F_2 C \bar{x}\| \quad (13)$$

$$\begin{aligned} 2\bar{x}^T P \alpha_1 &= 2\rho_1 \bar{x}^T \frac{P E F_2(y - C\hat{x})}{\|F_2(y - C\hat{x})\|} = \\ &\quad \frac{2\rho_1 \bar{x}^T C^T F_2^T F_2 C \bar{x}}{\|F_2 C \bar{x}\|} = 2\rho_1 \|F_2 C \bar{x}\| \end{aligned} \quad (14)$$

$$l_k^{-1}\hat{k} \dot{\hat{k}} = -l_k^{-1}\hat{k} \dot{\hat{k}} = -\hat{k} \|F_1(y - C\hat{x})\|^2 =$$

$$-\bar{k} \|\mathbf{F}_1 \mathbf{C} \bar{\mathbf{x}}\|^2 \quad (15)$$

将以上关系式代入式(10),且选择正数 ϵ (满足 $0 < \epsilon < \lambda_{\min}(\mathbf{Q})$),则有

$$\dot{V} \leq -\Phi(t) < 0 \quad (16)$$

式中: $\Phi(t) = [\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - \epsilon] \|\bar{\mathbf{x}}\|^2$ 。根据 Lyapunov 稳定性理论,式(16)表明:相对于稳定点 $\bar{\mathbf{x}} = 0$ 和 $\bar{k} = 0$,状态误差方程是稳定的。定理得证。

由以上证明过程可以看出,对参数调节误差 $\bar{k}$ 的平衡点,只要求是稳定,而没有要求是渐进稳定,因此对参数的调节只要求其收敛到真值的一个邻域,并不要求渐进收敛到真值。此外,由于假设 $k = L_f^2/\epsilon$,可以通过选择一个满足 $0 < \epsilon < \lambda_{\min}(\mathbf{Q})$ 的充分小的正数 ϵ ,使得 k 充分大,此时可以在较大范围内对 $\bar{k}$ 进行取值;由于 $k > 0$,所以总可以设定 $\bar{k}(0)$ 为负数或等于 0 来保证初值的选择不会大于 k 。

2 基于辅助输出的 UIO 设计

定理 1 中设计的自适应鲁棒滑模观测器是在观测器匹配条件成立的情况下给出的,而观测器匹配条件是一个很严格的条件^[10],很多物理系统并不满足该条件。如何突破观测器匹配条件的限制,又不失借用该条件下的设计便利,是值得研究的问题。本节将通过构造辅助输出突破该限制条件,进而提出非线性系统 UIO 设计方法。

2.1 辅助输出的构造

定义 1 若存在最小整数 $r_i (i=1,2,\dots,p)$,满足

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{c}_i \mathbf{A}^\kappa \mathbf{R} &= 0, \quad \kappa = 0, 1, \dots, r_i - 2 \\ \mathbf{c}_i \mathbf{A}^{r_i-1} \mathbf{R} &\neq 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中: $\mathbf{c}_i$ 是矩阵输出矩阵 $\mathbf{C}$ 的第 i 行向量。则称向量 $(r_1, r_2, \dots, r_p)$ 为输出关于 $\boldsymbol{\theta}$ 的相对阶。

假设 4^[12] 假设存在整数 $\gamma_i (1 \leq \gamma_i \leq r_i)$ 使得 $\mathbf{C}_a = [\mathbf{C}_{a1}^\top, \dots, \mathbf{C}_{ai}^\top, \dots, \mathbf{C}_{ap}^\top]^\top$ 为行满秩矩阵,且观测器匹配条件 $\text{rank}(\mathbf{C}_a \mathbf{R}) = \text{rank}(\mathbf{R})$ 成立,式中 $\mathbf{C}_{ai} = [\mathbf{c}_i^\top, (\mathbf{c}_i \mathbf{A})^\top, \dots, (\mathbf{c}_i \mathbf{A}^{\gamma_i-1})^\top]^\top$,定义总相对阶为 $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_p$ 。

文献[13]指出,系统 $\{\mathbf{A}, \mathbf{C}_a, \mathbf{R}\}$ 和 $\{\mathbf{A}, \mathbf{C}, \mathbf{R}\}$ 具有相同的不变零点。故在假设 4 成立的情况下,对于某个正定对称矩阵 $\mathbf{Q}_a \in \mathbf{R}^{n \times n}$,存在矩阵 $\mathbf{L}_a \in \mathbf{R}^{n \times \gamma}$, $\mathbf{F}_{a1} \in \mathbf{R}^{k \times \gamma}$, $\mathbf{F}_{a2} \in \mathbf{R}^{q \times \gamma}$ 以及对称正定矩阵 $\mathbf{P}_a \in \mathbf{R}^{n \times n}$,满足如下矩阵方程式

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{A} - \mathbf{L}_a \mathbf{C}_a)^\top \mathbf{P}_a + \mathbf{P}_a (\mathbf{A} - \mathbf{L}_a \mathbf{C}_a) &= -\mathbf{Q}_a \\ \mathbf{D}^\top \mathbf{P}_a &= \mathbf{F}_{a1} \mathbf{C}_a \\ \mathbf{E}^\top \mathbf{P}_a &= \mathbf{F}_{a2} \mathbf{C}_a \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

考虑如下具有辅助输出的非线性系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{D}\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{E}\boldsymbol{\eta} \\ \mathbf{y}_a &= \mathbf{C}_a \mathbf{x} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中: $\mathbf{C}_a$ 为输出矩阵,由假设 4 给出。

定理 2 在假设 1~4 成立且无输出通道干扰的情况下,自适应滑模观测器为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{L}_a(\mathbf{y}_a - \mathbf{C}_a \hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{D}\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}) + \\ &\quad \frac{1}{2} \hat{k}_a \mathbf{D}\mathbf{F}_{a1}(\mathbf{y}_a - \mathbf{C}_a \hat{\mathbf{x}}) + \alpha_2 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\alpha_2 = \begin{cases} \rho_1 \frac{\mathbf{E}\mathbf{F}_{a2}(\mathbf{y}_a - \mathbf{C}_a \hat{\mathbf{x}})}{\|\mathbf{F}_{a2}(\mathbf{y}_a - \mathbf{C}_a \hat{\mathbf{x}})\|}, & (\mathbf{y}_a - \mathbf{C}_a \hat{\mathbf{x}}) \neq 0 \\ 0, & (\mathbf{y}_a - \mathbf{C}_a \hat{\mathbf{x}}) = 0 \end{cases} \quad (21)$$

$$\dot{\hat{k}}_a(t) = l_{ak} \|\mathbf{F}_{a1}(\mathbf{y}_a - \mathbf{C}_a \hat{\mathbf{x}})\|^2 \quad (22)$$

式中: l_{ak} 是一个正数。那么,由式(20)~式(22)所确定系统能够渐进估计原系统式(1)的真实状态。

在假设辅助输出 $\mathbf{y}_a$ 可测的情况下,其证明过程类似于定理 1,这里从略。

2.2 辅助输出及其微分的估计

定义 $\mathbf{y}_a = \mathbf{C}_a \mathbf{x} = [\mathbf{y}_{a1}^\top, \mathbf{y}_{a2}^\top, \dots, \mathbf{y}_{ap}^\top]^\top$, 其中 $\mathbf{y}_{ai} = \mathbf{C}_{ai} \mathbf{x} = [y_{ai,1}, y_{ai,2}, \dots, y_{ai,\gamma_i}]^\top$, 则有

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{y}}_{ai} &= \mathbf{C}_{ai} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{C}_{ai} \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{C}_{ai} \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{C}_{ai} \mathbf{R}\boldsymbol{\theta} = \\ &\quad \begin{bmatrix} y_{ai,2} \\ \vdots \\ y_{ai,\gamma_i-1} \\ \mathbf{c}_i \mathbf{A}^{\gamma_i} \mathbf{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{c}_i \mathbf{B} \\ \vdots \\ \mathbf{c}_i \mathbf{A}^{\gamma_i-2} \mathbf{B} \\ \mathbf{c}_i \mathbf{A}^{\gamma_i-1} \mathbf{B} \end{bmatrix} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \mathbf{c}_i \mathbf{A}^{\gamma_i-1} \mathbf{R}\boldsymbol{\theta} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

如果将 $y_{i1} = y_i$ 作为输出方程,且引入新变量 $\mathbf{y}_{ai,\gamma_i+1} = \mathbf{c}_i \mathbf{A}^{\gamma_i} \mathbf{x} + \mathbf{c}_i \mathbf{A}^{\gamma_i-1} \mathbf{R}\boldsymbol{\theta} = \phi_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$, 那么系统式(23)可转化为

$$\left. \begin{aligned} \dot{y}_{ai,1} &= y_{ai,2} + \mathbf{c}_i \mathbf{B}\mathbf{u} \\ &\vdots \\ \dot{y}_{ai,\gamma_i-1} &= y_{ai,\gamma_i} + \mathbf{c}_i \mathbf{A}^{\gamma_i-2} \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \dot{y}_{ai,\gamma_i} &= y_{ai,\gamma_i+1} + \mathbf{c}_i \mathbf{A}^{\gamma_i-1} \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \dot{y}_{ai,\gamma_i+1} &= \dot{\phi}_i \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

基于文献[14]构造如下高阶、高增益滑模微分器

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{y}}_{ai,1} &= \hat{y}_{ai,2} - w_{i,1} + \mathbf{c}_i \mathbf{B}\mathbf{u} \\ &\vdots \\ \dot{\hat{y}}_{ai,\gamma_i-1} &= \hat{y}_{ai,\gamma_i} - w_{i,\gamma_i-1} + \mathbf{c}_i \mathbf{A}^{\gamma_i-2} \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \dot{\hat{y}}_{ai,\gamma_i} &= \hat{y}_{ai,\gamma_i+1} - w_{i,\gamma_i} + \mathbf{c}_i \mathbf{A}^{\gamma_i-1} \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \dot{\hat{y}}_{ai,\gamma_i+1} &= -w_{i,\gamma_i+1} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

$$\left. \begin{aligned} w_{i,0} &= \hat{y}_{ai,1} - y_{i1} \\ w_{i,j} &= \lambda_{i,j} |w_{i,j-1}|^{(\gamma_i-j+1)/(\gamma_i-j+2)} \text{sign}(w_{i,j-1}) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

式中: $\lambda_{i,j} > 0$ 为微分器增益; $j=1,2,\dots,\gamma_i,\gamma_i+1$ 。

类似于文献[14],通过合理选择增益 $\lambda_{i,j}$ 的值可使微分器估计误差 $e_{ai,j} = \hat{y}_{ai,j} - y_{ai,j}$ 能够在有限时间到达滑模面 $e_{ai,j} = 0$,这预示着在有限时间内, $\hat{y}_{ai,j}$ 是 $y_{ai,j}$ 的精确估计。故在有限时间内

$$\hat{y}_{ai} = [\hat{y}_{ai,1}, \hat{y}_{ai,2}, \dots, \hat{y}_{ai,\gamma_i}]^T, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (27)$$

是辅助输出 y_a 的精确估计。基于式(17)可得

$$\xi_{ai} = [\hat{y}_{ai,2} + c_i Bu, \hat{y}_{ai,3} + c_i ABu, \dots, + \hat{y}_{ai,\gamma_i} + c_i A^{\gamma_i-2} Bu, \hat{y}_{ai,\gamma_i+1} + c_i A^{\gamma_i-1} Bu]^T \quad (28)$$

是 $\dot{y}_{ai} = [\dot{y}_{ai,1}, \dot{y}_{ai,2}, \dots, \dot{y}_{ai,\gamma_i}]^T$ 的精确估计。

2.3 基于辅助输出的 UIO 设计

定理 3 在假设 1~4 成立且无输出通道干扰的情况下,自适应观测器

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + L_a(\hat{y}_a - C_a\hat{x}) + Df(\hat{x}) + \\ &\quad \frac{1}{2}\hat{k}_a DF_{a1}(\hat{y}_a - C_a\hat{x}) + \alpha_3 \end{aligned} \quad (29)$$

具有滑模控制律和自适应调节律

$$\alpha_3 = \begin{cases} \rho_1 \frac{EF_{a2}(\hat{y}_a - C_a\hat{x})}{\|F_{a2}(\hat{y}_a - C_a\hat{x})\|}, & \hat{y}_a - C_a\hat{x} \neq 0 \\ 0, & \hat{y}_a - C_a\hat{x} = 0 \end{cases} \quad (30)$$

$$\dot{\hat{k}}_a(t) = l_{ka} \|F_{a1}(\hat{y}_a - C_a\hat{x})\|^2 \quad (31)$$

自适应观测器式(19)和高阶、高增益滑模微分器式(25)联合形成的系统可以渐进估计原系统式(1)的状态。

由于 $\hat{y}_a$ 在有限时间内是辅助输出 y_a 的精确估计,所以定理 3 的证明类似于定理 1 和定理 2,这里略去。

当辅助输出矩阵 C_a 为方阵可逆时,系统的状态估计可以直接由 $\hat{x} = C_a^{-1}\hat{y}_a$ 得到,此时仅通过构造高阶、高增益滑模微分器式(25)不仅能够得到辅助输出及其微分的估计,而且可以直接作为系统的状态观测器。

2.4 未知输入重构

基于系统状态估计和辅助输出微分的估计,可得如下给出系统未知输入重构的方法。

定理 4 在假设 1~4 成立且无输出通道干扰的情况下,系统未知输入 η 的渐近估计为

$$\hat{\eta} = G^+ [\xi_a - C_a(A\hat{x} + Bu + Df(\hat{x}))] \quad (32)$$

式中: $G = C_a E$; $\xi_a = [\xi_{a1}^T, \xi_{a2}^T, \dots, \xi_{ap}^T]^T$; $G^+ = (G^T G)^{-1} G^T$ 是矩阵 G 的广义逆矩阵。

证明 由式(19)可以得到

$$\dot{y}_a = C_a[Ax + Bu + Df(x) + E\eta] \quad (33)$$

所以有 $G\eta = \dot{y}_a - C_a[Ax + Bu + Df(x)]$ 。由假设 4 可知, $C_a R = [C_a D, C_a E]$ 为列满秩矩阵,故 $G = C_a E$ 也为列满秩矩阵,那么存在 G^+ 使得

$$\eta = G^+ \{\dot{y}_a - C_a[Ax + Bu + Df(x)]\} \quad (34)$$

由式(32)和式(34)可得估计误差方程

$$\dot{\tilde{\eta}} = G^+ \{\tilde{\xi}_a - C_a[A\tilde{x} + Df(\hat{x})]\} \quad (35)$$

式中: $\tilde{\eta} = \eta - \hat{\eta}$; $\tilde{\xi}_a = \dot{y}_a - \xi_a$; $\tilde{x} = x - \hat{x}$ 。由于 ξ_a 和 $\hat{x}$ 分别是辅助输出微分 $\dot{y}_a$ 和系统状态 x 的估计,所以有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x} = 0$ 和 $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\xi}_a = 0$,这意味着 $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\eta} = 0$ 。定理得证。

以上可以看出,通过高阶、高增益滑模微分器(式(25))和定理 3 中的自适应鲁棒滑模观测器组成的联合观测器可以对未知信息重构。其状态估计和未知输入重构原理框图如图 1 所示。

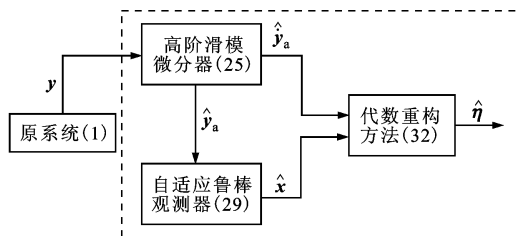


图1 状态估计和未知输入重构原理图

值得注意的是,本文考虑了一类无输出通道干扰情况下的未知输入观测器设计问题。从定理 1 的证明可以看出,系统状态估计误差能够收敛到 0,此时自适应调节律 $\hat{k}$ 为常量,而当系统存在建模动态或输出干扰等导致系统输出 y 发生变化时,如何修改自适应调节律(8)使得其对建模动态或输出干扰等具有鲁棒性,将是下一步值得研究的内容。

3 仿真实验

本节通过一个具有外卷连接点的单链接操作系统^[15]来验证本文方法的有效性,该系统建模后得到如式(1)的系统模型,其系数矩阵如下

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -48.6 & -1.26 & 48.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \\ 1.95 & 0 & -1.95 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = E = \begin{bmatrix} 0 \\ 21.6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = [0 \quad 0 \quad 0 \quad -0.333]^T$$

非线性函数为 $f(x) = \sin x_1$ 。由于矩阵 $R = [D \quad E]$, 对于系统式(3)容易验证其观测器匹配条件 $\text{rank}(CR) = \text{rank}(R)$ 并不满足, 故观测器匹配下的 UIO 设计方法并不适用。

根据定义 1 可知系统(3)的向量相对阶为 $(r_1, r_2) = (2, 1)$, 根据假设 4 选择 $\gamma_1 = 2$ 和 $\gamma_2 = 1$, 则构造的辅助输出矩阵为

$$C_a = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_1 A \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 10 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

不难验证, 对于辅助输出系统(19), 匹配条件 $\text{rank}(C_a R) = \text{rank}(R)$ 成立。辅助输出向量为

$$y_a = C_a x = [y_{a1}^T, y_{a2}^T]^T = [y_{a1,1}, y_{a1,2}, y_{a2,1}]^T$$

式中: $y_{a1,1} = y_1$ 和 $y_{a2,1} = y_2$ 为已知变量, 故 y_a 中有未知变量 $y_{a1,2}$, 需要由滑模微分器式(25)进行精确估计, 估计初值设定为 $\hat{y}_{a1,2} = 0.5$, 可得估计曲线如图 2 所示。由图 2 可以看出, 在很短的时间内, 滑模微分器给出了辅助输出中未知变量的估计。

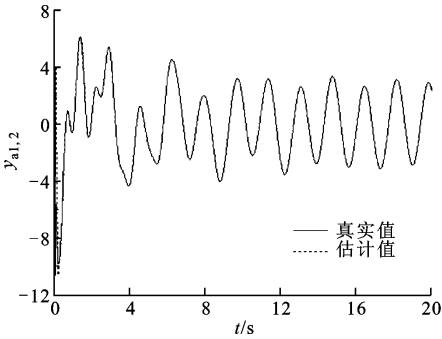


图 2 辅助输出中未知变量 $y_{a1,2}$ 的估计

为了得到辅助输出微分的估计, 根据 2.2 节引入新变量 $y_{a1,3}$ 和 $y_{a2,2}$, 如果仿真中设置估计初值 $\hat{y}_{a1,3} = -0.4$ 和 $\hat{y}_{a2,2} = 0.2$, 那么通过高阶、高增益滑模微分器式(25)给出它们的估计曲线如图 3 所示。由图 3 可知, 在 $0 \sim 4$ s 时间内, 高阶、高增益滑模微分器式(25)对辅助输出微分的估计值与真实值之间存在一定的误差, 而在 4 s 之后能够实现对辅助输出变量微分进行精确估计, 故在较短的时间内, 高增益滑模观测器能够对对辅助输出变量微分进行精确估计。

利用 Matlab 中的 LMI 工具箱, 对于给定正定对称矩阵 Q_a , 可得满足式(18)的对称正定矩阵 P_a

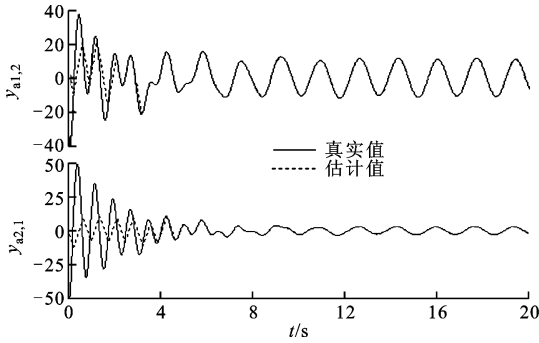


图 3 辅助输出变量微分估计曲线

以及矩阵 L_a, F_{a1} 和 F_{a2} 。仿真中设定参数 $\rho_1 = 1$, 自适应调节律参数 $l_{ka} = 0.2$, 系统状态初值 $x(0) = [0.5 \quad 0.3 \quad -0.2 \quad -0.4]^T$, 状态估计初值 $\hat{x}(0) = [0.12 \quad 0.2 \quad 0.3 \quad -0.2]^T$ 和自适应调节变量初值 $\hat{k}_a(0) = -0.2$ 。未知输入假设为: $\eta = \cos(3.7t + 3.5)$, 则由自适应观测器(29)可得状态估计误差曲线如图 4 所示, 其中自适应调节律(31)中 $\hat{k}_a$ 的变化曲线如图 5 所示。

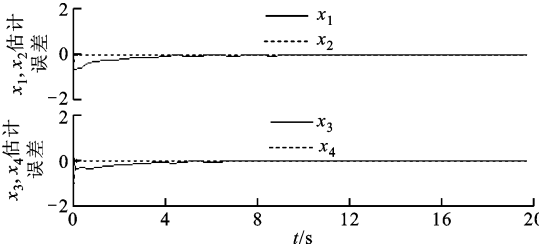


图 4 状态估计误差曲线

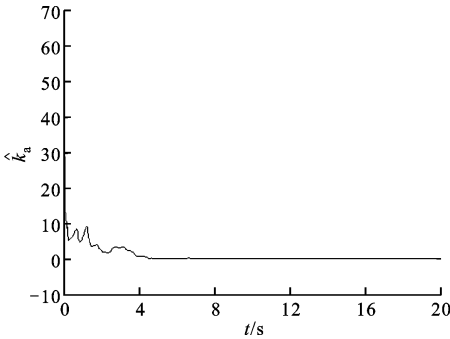


图 5 自适应调节律变化曲线

为了对未知输入进行重构, 根据式(32)得到的未知输入 η 的估计曲线如图 6 所示。从图 6 可以看出, 对未知输入的重构, 经过一定的时间, 达到了重构收敛的效果。

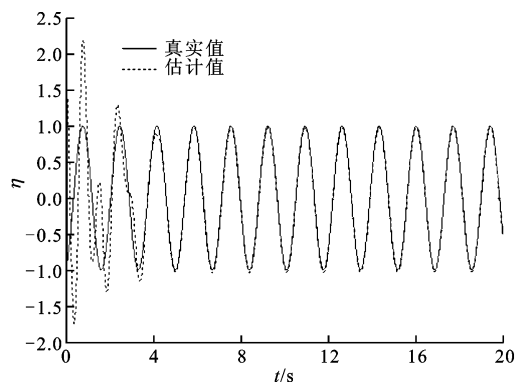


图6 未知输入 η 的重构曲线

4 结 论

本文在观测器设计匹配条件不满足的情况下,通过构造辅助输出向量,提出了一种未知输入观测器设计方法;通过设计高阶、高增益滑模微分器,在有限时间内实现了对辅助输出及其微分的精确估计。基于状态和辅助输出微分的估计,提出了一种未知输入的代数重构方法,该重构方法具有不必直接使用系统微分信息的优点。在非线性问题的处理上,采用了对 Lipschitz 常数进行自适应调节的方法,达到了设计无需知道 Lipschitz 常数大小的目的,使得该处理方法在同类非线性处理方法中具有更大的适用范围。仿真结果验证了所设计方法的有效性和适用性。

参考文献:

- [1] WANG S H, DAVISON E J, DORATO P. Observing the states of systems unmeasurable disturbances [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1975, 20 (5): 716-717.
- [2] PANUSKA V. A new form of the extended Kalman filter for parameter estimation in linear systems with correlated noise [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1980, 25(2): 229-235.
- [3] BENALLOUCH M, BOUTAYEB M, OUTBIB R, et al. Nonlinear estimation of states and unknown inputs for communication systems [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Signal Processing and Communications. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2007: 696-699.
- [4] BAR-SHALOM Y. Optimal simultaneous state estimation and parameter identification in linear discrete-time system [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1972, 17(3): 308-319.
- [5] YAN Xinggang, EDWARDS C. Adaptive sliding-mode observer-based fault reconstruction for nonlinear systems with parametric uncertainties [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2008, 35(11): 4029-4036.
- [6] RAO S, BUSS M, UTKIN V. Simultaneous state and parameter estimation in induction motors using first-and-second-order sliding modes [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56(9): 3369-3376.
- [7] DING Zhengtao. Differential stability and design of reduced-order observers for non-linear systems [J]. IET Control Theory & Applications, 2011, 5(2): 315-322.
- [8] LI Jianmin, ZHENG Yunfeng, SHEN Zhipeng. Non-linear observer design for a class of nonlinear systems with non-Lipschitz nonlinearities of the unmeasured states [C]//Proceeding of the 29th Chinese Control Conference. Beijing, China: Chinese Association of Automation, 2010: 3531-3533.
- [9] SHEN Zhongyu, ZHAO Jin, XU Jie, et al. Nonlinear unknown input observer design by LMI for Lipschitz nonlinear systems [C]//Proceeding of the 8th World Congress on Intelligent Control and Automation. Beijing, China: Chinese Association for Artificial Intelligence, 2010: 3450-3453.
- [10] KALSI K, LIAN J M, HUI S, et al. Sliding-mode observers for systems with unknown inputs: a high-gain approach [J]. Automatica, 2010, 46(2): 347-353.
- [11] CORLESS M, TU M. State and input estimation for a class of uncertain systems [J]. Automatica, 1998, 34 (6): 757-764.
- [12] KHALIL K H. Nonlinear systems [M]. 3rd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2007.
- [13] FLOQUET T, EDWARDS C, SPRUGEON S K. On sliding mode observers for systems with unknown inputs [J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2007, 21(8/9): 638-656.
- [14] LEVANT A. High-order sliding modes: differentiation and output-feedback control [J]. International Journal of Control, 2003, 76(9/10): 924-941.
- [15] 朱芳来, 韩正之. 非线性系统降维观测器设计 [J]. 自动化学报, 2004, 30(4): 613-618.
- ZHU Fanglai, HAN Zhengzhi. The design of reduced-order observers for Lipschitz nonlinear systems [J]. Acta Automatica Sinica, 2004, 30(4): 613-618.

(编辑 刘杨)